

Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова  
Физический факультет. Кафедра математики  
Весенний семестр 2003/2004 учебного года  
**Линейная алгебра**

**Экзаменационный билет № 1**

1. Линейное пространство: определение, примеры. Простейшие свойства линейных пространств. Базис. Размерность. Координаты вектора. Замена базиса. Изоморфизм.

2. Пусть  $e_1, \dots, e_n$  — ортонормированный базис в евклидовом пространстве,  $\mathbf{A}$  — линейный оператор. Доказать равенство  $\operatorname{tr} \mathbf{A} = \sum_{k=1}^n (\mathbf{A}e_k, e_k)$  ( $\operatorname{tr} \mathbf{A}$  — след линейного оператора  $\mathbf{A}$ ).

3. В двумерном евклидовом пространстве  $x = 2e_1 + e_2$ ,  $y = e_1 + 3e_2$ , где  $e_1, e_2$  — ортонормированный базис. Найти угол между этими элементами и ортогональный базис в их линейной оболочке.

Заведующий кафедрой математики

профессор В. Ф. Бутузов